モデル化の Validation 検討

モデル化の Validation 例として Web を探していたら、ある BBS(Bulletin･Board･System)で関連のありそうなスレッドを見つけましたのでモデル化の Validation という観点で取り上げてみましょう。

1. 課題(テーマ)

図 A に示すような 2 個のキャパシタを短絡した前後で電荷 Q は図のように再配分されます。

(＊添え字は各部品の値)

Q1：1μF/10V=10μC

Q2:4μF/2.5V=10μC

短絡後は 5μF の容量になるので

C(=C1+C2)の電圧は 20μC÷5μF=4V

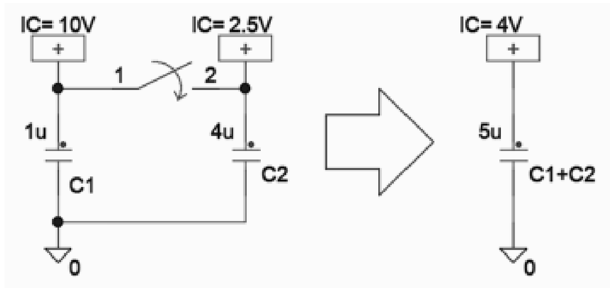


図 A 課題回路

一方、静電(電場)エネルギ J は次のようになります。

$J1=Q1V1/2=10\mu\times10/2=50\mu J$

$J2=Q2V2/2=10\mu\times2.5/2=12.5\mu J$ 62.5μJ

$J=Q\times V/2=20\mu\times4/2=40\mu J$

つまり、22.5μJ が行方不明になっているのです。これが今回のテーマです。

2. 本当に解けない問題なのか？

まず、BBS での発言と問題を簡単に整理します。

考え方の要点は次の 2 つかと思います。

●R=0 の場合、エネルギの差分は電磁波になって放射される。

●R=0 では解けないから問題が間違っている、あるいは解けないから解かなくて良い

R>0 では皆さん一致しているので R=0 の場合の取り扱いが焦点かと思います。

解析の前手段として R や L を介して短絡し、その結果の $\lim\limits_{R\to0,L\to0}$ を考えます。

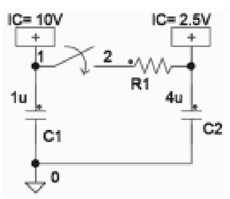
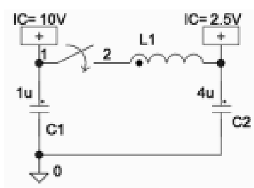
●R を介して短絡した場合(投稿 3)	
	抵抗の損失 $J_R=\dfrac{Ceq}{2}(V1-V2)^2=\dfrac{0.8\mu\times7.5^2}{2}=22.5\mu J$ この場合は、抵抗値に依存せず消滅したエネルギは抵抗で消費されることが分かるのですが、R>0 に範囲を限ってしまうのは題意に反することになり本末転倒です (範囲の設定問題は高校数学でも習います)。 しかし、R=0 で J_R=22.5μJ が成立するかは証明されていません。
●L を介して短絡した場合(投稿 18 など)	
	この動作は $f=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{L\cdot Ceq}}$ で振動する共振であり、損失は発生しません。ですからこの場合には 22.5μJ の消失を説明できませんので解としては成立しません。 さらに、$\lim\limits_{L\to0} f\to\infty$ ですが、L=0 の場合にはインダクタンスではなくなり共振できませんので $\lim\limits_{L\to0}$ と L=0 は不連続であり、似て非なるものです。この点から投稿 18 の L=0 は R=0 と同じであり、投稿 18 の指摘自体などは間違っていることが分かります。

表 A 種々の事前検討

このように、RやL単体で短絡した場合の極限値では現象を上手く説明できません。何か見落としている事象があるはずです。もう一度、現象を見直す必要があります。

短絡前後で何が起きたのでしょうか？　そうです。電圧が変わっています。
V1は10V→4Vへ、V2は2.5V→4Vへ変動しています。
電圧変動の効果、延いては電荷移動の効果はモデル化されたのでしょうか？

3.　エネルギ保存則

まず、エネルギ保存則とは何かを考えます。この法則は「ネーターの定理」の「物理法則は時間に対して対称(不変)」からも導かれますが、「エネルギは姿･形を変えても総量としては同じである」といったものです。
ですから、図Aの例のように"電場(静電)のエネルギは何処へいった？"という話になる訳です。
では、例えば抵抗などで消費されたジュール熱はどこに保存されているのでしょう？
保存則を考えると総量は0にはなり得ませんので必ずどこかに保存されている筈です。

4.　空間のエネルギの流れ

今回は電場のエネルギを解析対象に含んでいるので空間のエネルギの流れの密度を表す次のポインティング･ベクトルを考えます。説明をWikipediaから引用しますが、ポインティングは人名であり、Pointing（指示）と混用すると話が混乱します。尚、本文では空間は方向依存性のない等方性媒体としています。

ポインティング･ベクトル（英語: Poynting vector）は電磁場の持つエネルギーの流れの密度を表す物理量である。その大きさは単位面積を単位時間あたりに通過するエネルギーとなる。考案者のジョン･ヘンリー･ポインティングからその名が取られている。電磁波では、ポインティング･ベクトルはその進行方向を指す。そのため、名前の意味が、「指す（pointing）」であると誤解されることも多い。ただし異方性媒質では、ポインティング･ベクトルと電磁波の進行方向は異なる。
ポインティング･ベクトル **S** は

$$\mathbf{S}=\mathbf{E}\times\mathbf{H} \qquad \cdots\text{A1式}$$

で定義される。ここで、Eは電場の強度、Hは磁場の強度である。

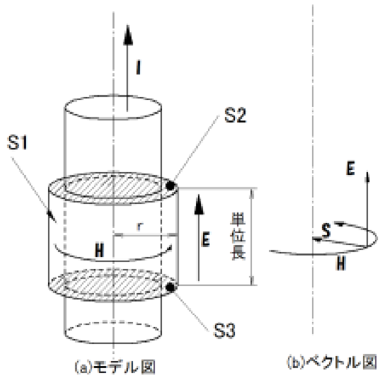
Wikipedia 最終更新 2014年3月2日 (日) 22:16

※エネルギ:[J]、エネルギの流れ:[J/S=W]、エネルギの流れの密度:[W/m^2]
また、ベクトルは大きさと向きの2つの値を持っています。

･ポインティング･ベクトルの計算例
図BはR(Ω/m)の抵抗線にI(A)の電流が流れている時の状態図です。その結果、(a)のモデル図に示すように単位長あたり、

E(V)=R×I

の電圧降下を生じています。
この抵抗線を取り囲むS1+S2+S3の面からなる半径rの円筒形上の空間を考えます。
電界 **E** は軸方向へ発生していますのでポインティング･ベクトル **S** は(b)に示すように中心軸方向へ向いています。



図B　抵抗体の損失

従って、対象空間のポインティング･ベクトルはS2,S3面のZ成分(軸方向)が0ですから、S1面に発生する成分のみになります。
定義に従えば、ポインティング･ベクトル $\mathbf{S}_n$ はベクトルの外積ですから、

$$\mathbf{S}_n(=\mathbf{S1}) = -(\mathbf{E}\times\mathbf{H}) \qquad \cdots\text{A2式}$$

です。(－記号が付いているのはベクトルSが内向きが"+"なので流出は"－"になるためです)

さらに **E** と **H** は直交しているので $\mathbf{S}_1$の大きさ P1 は E･H で求めることができ、S1 面の全流量 P1 は

$$P1 = -\int_{s1}(E \cdot H)dS \quad \text{この式に} E = IR\text{、} H = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{を代入すると}$$

…A3 式

$$P1 = -\int_{s1} IR(\frac{I}{2\pi r})dS = -IR(\frac{I}{2\pi r})(2\pi \times \text{単位長}) = -I^2R$$

(電気磁気学　電気学会発行　S43/11/20　7 版)

となります。これは単位長あたりのエネルギの流れです。

このように、エネルギ流(右辺)とはポインティング･ベクトルが示す電磁波(左辺)の別名であり、電磁波であれば空間へ散逸していくこともできます。(ジュール熱→発熱→赤外線→空間へ散逸)

つまり、ジュール熱(=エネルギ)は電磁波となって空間へ散逸し、空間がエネルギを持つことになります。これがエネルギ保存則から見たジュール熱の保存先なのです。(伝熱 3 要素の輻射の項を考えれば分かります)

磁石などが作る静磁場とキャパシタなどの静電場でも同時に存在すれば数学的にはベクトル **Sn** は定義できますがエネルギが流れていないので意味を成しません。ポインティング･ベクトルはあくまでもエネルギの流れの密度を表すものなのです。図 B はジュール熱に伴う発熱(=赤外線放射)によるエネルギの流れを表現しています。

5.　空間のエネルギの流れを考慮した電磁場のエネルギ保存則(ポインティングの定理)

次に Maxwell 方程式を元に、空間を含むエネルギの流れの様子を考えましょう。

(**E**:電場、**D**:電束密度、**H**:磁場、**B**:磁束密度、**I**:電流密度の各ベクトル)

Maxwell 方程式の中のアンペールの法則は

$$\mathrm{rot}\mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{I}$$ であり、$\partial\mathbf{D}/\partial\mathbf{t}$ は変位電流ですから電場 **E** との内積をとります。

$$\mathbf{E} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{H} - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \quad \cdots \text{A4 式}$$

同じく、Maxwell 方程式の中のファラデーの法則は

$$\mathrm{rot}\mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0$$ であり、同様に磁場 **H** との内積をとります。

$$\mathbf{H} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{E} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = 0 \quad \cdots \text{A5 式}$$

A4 式から A5 式を引くと

$$\mathbf{E} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{H} - \mathbf{H} \cdot \mathrm{rot}\mathbf{E} - \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} - \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} \quad \cdots \text{A6 式}$$

ここで左辺 1 項、2 項に対して **H**･rot**E**-**E**･rot**H**=div(**E**×**H**) を適用して

$$\mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} = -\mathrm{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \quad \cdots \text{A7 式}$$

とします。

div(**E**×**H**)を 1 つの解析空間(曲面 S、体積 V)について積分すれば A8 式を得ます。

$$\boxed{\int_V \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} dV + \int_V \mathbf{H} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dV + \int_V \mathbf{E} \cdot \mathbf{I} dV = -\int_V \mathrm{div}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dV = -\int_S (\mathbf{E} \times \mathbf{H})_n dS} \cdots \text{A8 式}$$

この A8 式は

第 1 項が電場のエネルギの流れの総量[W]を表し、

第 2 項が磁場のエネルギの流れの総量[W]を表し、

第 3 項がジュール熱の総量[W]を表します。これら 3 つの合計が、右辺の閉曲面 S を出入りする電磁波となることを示しています。先に示したポインティング･ベクトル(**E**×**H**)とはこのように定義されます。

(ポインティング･ベクトルの単位は W/m^2 なので右辺はエネルギ流[W]です)

第 3 項は電場 **E** に距離をかけたものが電圧 V、電流密度 **I** に面積をかけたものが電流 I になる訳ですから **E**･**I**=微少体積のジュール熱の密度であり、これを積分すれば空間全体のジュール熱になります。

又、第 1 項、第 2 項に変化がない静電磁場においては次のようにジュール熱の項のみとなり、これは 4 項の結果と一致します。

$$\int_V \mathbf{E}\cdot\mathbf{I}dV = -\int_S(\mathbf{E}\times\mathbf{H})_n dS$$

6. BBS の課題検討

7.1 右辺=0 とした場合(電気回路のエネルギ保存則)

空間に対するエネルギの出入りがないので、デバイス間のエネルギ授受だけを対象にした従来のエネルギ保存則になります。電気回路の多くはこの条件で解かれています。

7.2 右辺≠0 とした場合(電磁場のエネルギ保存則)

電場と磁場とジュール熱を取り囲む空間(=解析空間)では、『電場のエネルギ流＋磁場のエネルギ流＋ジュール熱が**電磁波として空間へ散逸**していく』ことを示しています。

今回のように電場(キャパシタ)空間だけでジュール熱成分がない場合に解くべき保存則は A8 式から導かれる A9 式になります。(右辺=0 とした従来の式では左辺が有限値のため等号が成立しません)

$$\int_V \mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t}dV = -\int_S(\mathbf{E}\times\mathbf{H})_n dS \qquad \cdots\text{A9 式}$$

A9 式の左辺は(電界×変位電流密度)の全空間量ですからこのエネルギ流が電磁波(右辺)として空間へ散逸していくことが分かります。
この A9 式が今回の BBS の課題への答えとなります。
つまりキャパシタだけの空間の場合、電場エネルギの変動分は電磁波になるということです。このことを電磁波→エネルギ→光子と言い換えると、

「R=0 の時、静電エネルギの変化分は光子となって空間に放出される」

となり、**BBS の投稿 3 は基本的に正しい**ということが分かります。

それでは A9 式を具体的に展開していきます。まず、A9 式の左辺の積分の内側を展開します。

$$\mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{E}\cdot\frac{\partial(\varepsilon\cdot\mathbf{E})}{\partial t} = \varepsilon\cdot\mathbf{E}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon\cdot\mathbf{E}^2\right) \qquad \cdots\text{A10 式}$$

ここで A10 式の()内をキャパシタの電極間厚み L、電極面積 A、充電電圧 V で書き表してみると

$$\mathbf{E} = \frac{V}{L},\quad C = \frac{\varepsilon\cdot A}{L},\quad V = \frac{Q}{C} = \frac{L\cdot Q}{\varepsilon\cdot A}$$ ですから次のようになります。

$$\frac{1}{2}\varepsilon\left(\frac{V}{L}\right)^2 = \frac{1}{2}\varepsilon\frac{1}{L^2}\left(\frac{L\cdot Q}{\varepsilon\cdot A}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{\varepsilon}\frac{Q^2}{A^2} = \frac{1}{L\cdot A}\left(\frac{QV}{2}\right) = \frac{J}{L\cdot A}\left[J/m^3\right] \qquad \cdots\text{A11 式}$$

これはキャパシタ空間中(L×A)のエネルギ密度です。この値を A10 式に書き戻すと A12 式になります。

$$\mathbf{E}\cdot\frac{\partial\mathbf{D}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{1}{2}\varepsilon\cdot\mathbf{E}^2\right) = \frac{1}{L\cdot A}\frac{\partial J}{\partial t} \approx \frac{1}{L\cdot A}\frac{\Delta J}{\Delta t}\left[W/m^3\right] \qquad \cdots\text{A12 式}$$

A12 式はキャパシタ空間中のエネルギ流の密度です。A9 式はこの A12 式にキャパシタ空間(L×A)をかけてキャパシタ毎の値とした後、足し合わせれば良いのです(体積積分)。又、エネルギの変動ΔJに換算する場合はこの A9 式の両辺に時間Δt をかけてやれば良く、電場エネルギの変動ΔJは次のようになります。

$$\Delta J = \sum_{i=1}^{n} J_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{V_iQ_i}{2} = \sum_{i=1}^{n}\frac{C_iV_i^2}{2} \qquad \cdots\text{A13 式}$$

図 A の場合、A13 式から、$\Delta J = \frac{1\mu F\times 10^2}{2} + \frac{4\mu F\times 2.5^2}{2} - \frac{5\mu F\times 4^2}{2} = 22.5(\mu J)$ です。
このエネルギが A9 式のポインテング・ベクトルの方向へ、Δt の時間だけ空間へ散逸していきます。

電場の変化だけで電磁波として伝播できるのか？
電場のエネルギの変化→空間の磁場の誘起→空間の電場の誘起…となって電磁波として伝播していきます。
同じく、磁場の変化だけでも電磁波として伝播可能です。

・通常のエネルギ保存則との関係
抵抗 R が微少といえども存在する場合、瞬間的に全電圧は抵抗両端に印加され、キャパシタの電圧変化は 0 からスタートします。言い換えると、その瞬間のキャパシタの電圧変動巾 $\Delta V_{C(t=0)}$ は 0 であり、その後 EXP 関数で変化していきますのでキャパシタの電圧変化率は R=0(δ関数)時と比べて極微になります。このため、アンテナや導波管、などの放射電磁界を扱う場合を除いて R>0 の場合には R でのエネルギ消費が主となり、**空間へのエネルギ散逸による電圧･電流波形の変化はほとんどの場合測定できません**。

7.　参考　R=0 の場合の電流波形

＊R=0 なら超伝導状態で電流は流れ続けるのではないかの見方もありますが、容量をに逆極性に充電するようなエネルギはありませんので電位差がなくなった時点で電流は停止します。

8.1　$I(t) = \dfrac{V1 - V2}{R} e^{(\frac{-t}{Ceq \cdot R})}$ の性質と極限値

$\dfrac{1}{Ceq \cdot R} = n$、$\dfrac{1}{R} = Ceq \cdot n$ と置き換え、$I(t) = (V1 - V2) \cdot Ceq \cdot n \cdot e^{-(nt)}$　　　…B1 式

とします。係数部分を除き、R→0 の代わりに関数 f(n,t)の n→∞の極限値を考えます。すると、f(n,t)は

$$f(n,t) = n \cdot e^{-(nt)} \qquad \lim_{n\to\infty} f(n,t) = \lim_{n\to\infty} n \cdot e^{-(nt)} \qquad \text{…B1'式}$$

となります。

・ t=0 の時

$f(n,t) = n$ で、$\lim_{n\to\infty} n = \infty$ です。{exp の項は $\lim_{n\to\infty}(nt) = \lim_{n\to\infty} 0 = 0$ ですので、$\exp(0) = 1$}

・ t>0 の時
まず、B1'式を n で微分して関数の形を推定します。

$$\frac{\partial f}{\partial n} = e^{-(nt)} - nt \cdot e^{-(nt)} = e^{-(nt)} \cdot (1 - nt) \qquad \text{…B2 式}$$

前提条件は、n→∞なので微係数は負であり、単調減少となります。
(t>0、かつ nt<1 の場合、n は有限値であり∞ではないので極値条件を満足しません)

次に f_n の極限値を推定する手段として n→n+1 になるときの様子を考えます。

$$f_n = n \cdot e^{-nt} \Rightarrow e^{-nt} = \frac{f_n}{n}$$

$$f_{n+1} = (n+1)e^{-(n+1)t} = (n+1)e^{-nt-t} = (n+1)(\frac{f_n}{n} \cdot e^{-t}) = \frac{n+1}{n} f_n \cdot e^{-t} \qquad \text{…B3 式}$$

$$\therefore \lim_{n\to\infty} f_{n+1} = \lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{n} f_n \cdot e^{-t} = \lim_{n\to\infty} f_n \cdot e^{-t} < f_n$$

つまり、n を 1 増加させるに従い、等比的に e^{-t} 倍されていくことが分かります。($0<e^{-t}<1$)
これら 2 つの性質から、f(n,t)は n→∞で 0 に漸近していくことになります。

又、電荷の移動量 Q を計算するために f(n,t)を時間 t について 0～∞まで積分すると

$$\int n \cdot e^{-nt} dt = n \int e^{-nt} dt = n(\frac{-1}{n}) e^{-nt} \Big|_0^{\infty} = 1 \qquad \cdots \text{B4 式}$$

なので n、t の依存性はなく、一定値の Q=(V1-V2)･Ceq となります。たとえば(10-2.5)×0.8μF=6μC です。

8.2 I(t)の極限値

これらの結果から I(t)は、

- $\lim(R\to 0)_{(t=0)}$において値は単調に増大し、$\lim(R\to 0)_{(t>0)}$の時は単調的に 0 に漸近します。
- 全区間 (-∞～∞)の積分値 Q は R によらず一定値です。(t<0 は定義より電流値は 0)

の性質を持ち、**δ関数の性質を持っていることが分かります**。

(R→0 に伴い、波形は中心値(t=0)に集まるが、波形の面積は R によらず一定ということです)

この 2 つの性質から電流波形 I(t)は lim(R→0)でδ関数に近づくことが分かります。この証明も投稿 3 では省略されたため、誤った投稿 18 を誘発し、理解の困難さに輪をかけていますが結論は投稿 3 の通りです。

※L の場合は上記 2 つの性質がないため lim(L→0)が**δ関数にならない**ことが分かります。

(t=0 では I=0、t>0 では 0 に漸近しない。又全区間の面積平均は 0←電荷の減少が 0 では題意と矛盾)

δ関数とは聞き慣れない用語かもしれませんが、物理の方面ではボールの軌道計算など、物体の質量の分布を考慮せずに運動方程式を解くなど解析用の数式を立てる際の前提になる暗黙の了解事項として広く使われています。

(例：ボールは本来、質量分布を持つものですが、**空間の 1 点に質量が集中**しているとして軌道計算しています)

式に表れない分、普段は意識していませんが解析では巾広くお世話になっており、知らないという人は気がついていないだけです。その他にも、点電荷による電位分布の計算や天文学のシュヴァルツシルトのブラックホールの質量定義にも使われています。

でも、あまりこの証明が電磁波の散逸の説明に役立ったとは思えません。R=0、つまり時定数が無限小でも回路動作が成立すること、及び電磁波放射時間Δt が無限小になり実測できないことの理由づけぐらいです。
しかし BBS を見ている皆さんの中には初心者も含まれているので使った事項の証明はあまり省かないで欲しいものです。

なぜ投稿 3 の方はここまでキチンと説明しなかったのでしょう？　このレベルの電磁気学は充分に分かっていると思われたのでしょうか？　ここで説明した内容は電磁気学の理解度テストのレベルですが結果として、この説明の省略が投稿 17 以降のミスや混乱を誘発してます。「分かる人には分かる」では BBS では不親切です。　少なくとも光子を電磁波に置き換えて表現すれば良かったと思うのですが、「波」では空間がエネルギを持つことを表現できないのでしょうか？

8.　静電磁界と放射電磁界

静電界のクーロン則、静磁界のビオ･サバールの法則からわかるように、静電界、及び静磁界の強度はそれぞれ距離の 2 乗に反比例します。従ってこれらからポインティング･ベクトル S_n を定義した場合、その大きさは距離の 4 乗に反比例する事になりますが、エネルギの流れは総量が一定であることから S_n の大きさは距離の 2 乗に反比例しなければなりません。この帰結として
静電磁界ではエネルギの流れを表現できないことが分かります。
(しかし、磁力や静電力のようにエネルギを静的に保存することはできます)

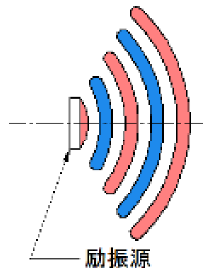


図 C　電気力線拡散のイメージ図

実際にエネルギが伝っていく動的電磁界を放射電磁界と言い、この波形を求めるには Maxwell 方程式を解く必要がありますが、放射電磁界の電界･磁界それぞれの強度は上記の結果から図 C のイメージ図のように距離に反比例する波形になることは明らかです。
(図 C では時間刻み(波形間隔)は一定ですが遠方ほど円弧が長くなりますので距離に反比例して電界の強度は低下します)

※余計なお節介
1)投稿 19 以降に『L があれば振動電流によってエネルギが拡散する』とも取れる投稿が見られました。
本来、ソレノイドコイルを流れる交流電流(=電荷)は螺旋運動や増減運動をしますので、このこと(エネルギの損失発生)によってエネルギを空間へ放出しますが、この現象自体がポインティング･ベクトルの存在を証明しています。ポインティング･ベクトルを考えずに電磁波によるエネルギの拡散を論じること自体は自己矛盾になりますので多分、この投稿者は単純に電磁誘導と放射電磁界を混用したものと思われます。
電磁誘導とはコイルが作った磁束が別のコイルに鎖交した後に元のコイルに戻る現象です。図 C は空間を伝わる放射電磁界中の電界のイメージを表現していますが、放射電磁界は波動ですから励振源に戻ってくることはありません。
(電磁誘導のもとになるインダクタンスは鎖交磁束数と電流の比ですから本来、放射電磁界とは関係ありません)

2)BBS の中の投稿 35 で適切な注釈の例として挙げている『たとえば，平行金属板の静電容量の計算では「端効果を無視する」などです。』は電界の乱れを表す「端効果」というキーワードを知っていたため、設問者のワナに見事に嵌まってしまった例です。(昔のヘキサゴンⅡにこのようなクイズがありました)
実際の効果の補正量は微少[注]なのに加えて、この効果を表現できる一般式はありませんので数値計算で解くしかないのです。ですから、容量値の計算に端効果を考慮せよと指示された時には

"端効果を考慮しても容量に実用上の差はない"、あるいは "端効果を含んだ一般解はない"

の 2 通りを考慮しなければなりませんが、容量値を計算するのであればコメントはあってもなくても同じです。
用語を『知っている』のではなく、『体得している』『分かっている』のであれば、このコメントを見た時には「あっ～引っ掛けだ！」と用心し、適切な注釈例として取り上げることはないと思うのです。

・等価面積～距離比の小さい特殊キャパシタや誘電体のはみ出しの大きい特殊キャパシタを除く
・等価面積の近似式　補正電極長さ=電極間距離×3/8 が用いられる時もあります
・端効果(エッジ効果)は容量ではなくて平等電界、あるいは局所的電界集中を検討する時の必須の効果です

BBS 投稿要約

BBS の投稿の様子を次に要約します。

投稿 No	要約	私の考え方
1	R=0 では解けないので考えなくてよい。	解かなくて良いのならラクですが仕事にならないのでは？
3	R=0:静電エネルギは光子となって空間に放出されます。 R≠0:ほとんどがジュール損(=熱)になります。 L の場合:静電ポテンシャルエネルギは磁気エネルギに姿を変えますので電荷移動によるエネルギ損失は生じません。	R=0 で空間へ散逸する理由が書かれていないので理解は難しい。 ただ、L の場合、誰が考えても損失がないので答ではないことは明確です。

投稿 3 は適切な理論説明が抜けているのでこのままで、R=0 のケースを理解できた人は少なかったのではないでしょうか？　この部分については算出過程を説明しましたが、投稿 3 はほぼ正しいでしょう。
この後、課題提案者と確認･説明がやりとりされ、投稿 16 で終わるかと思いましたが、それではここで取り上げる意味がありません。今回の観点はここからです。

投稿 No	要約	私の考え方
17	問題が間違えている？又、密閉空間(たとえば全周囲を抵抗値 0 Ω の導体で覆った場合)であれば，収束せずに永久に振動を繰り返すはずです。	題意にない L と境界条件を付け足して「解けないから間違い」はどうでしょう？
18	$\lim_{R\to 0}$ と $\lim_{L\to 0}$ では結果が違うので投稿 3 は間違い	L=0 でインダクタンスとして動作するデバイスって何でしょう？
19～26	「問題が間違っている」の論調で「R=0 は考えなくてよい」の流れになってきます。	
27	電荷の再配分だけで考えればよい。出題者はエネルギまで考えていない	――――――
28～34	テーマとは関係のないやり取りが続きます。	
35～39	間違っている問題なので試験機関へ報告するか このような問題を出題するべきではない	――――――
40	エネルギー保存則と電荷の保存則とどちらも基本原理です（よね） 一見，相反するように見えるとき、どちらが優先されますか？	エネルギ保存則は 2 の次ですか？
41～42	個々の設問に対して改めて見直したり，意味を考えたりしないのではないかと想像します。 問題提起すれば冥王星の例のように修正できるでしょう	――――――
43～44	テーマとは関係のないやり取りが続きます。	
45	出題者の意図としても想定していないはずです。「エネルギの差異は外部に放出されるものとする」とか書いておけばいいのでしょうが	少しテーマに戻ってきたようです
46～48	テーマとは関係のないやり取りが続き、このスレッドは停止しています。	

率直に読むと、投稿 17 以降はいくつかを除いてテーマに沿って書き込んでいるとは思えませんが、
「解けないから問題が間違っている」、あるいは「解けないから解かなくて良い」
という意見を、誰が見るか分からない掲示板に書き込むにはいくら「掲示板に自由に書き込みましょう」と言っても度胸ありすぎです。

実社会で顧客の仕様を変更する事は「仕様から得られた結論が仕様と矛盾する」場合を除いて許されるものではありません。投稿 3 の方もこのあたりは理解されているようで、投稿 23 で投稿者の皆さんへ注意をされていますが流れは変わっていないようです。